

- Er zijn geen hulpmiddelen toegestaan, dus geen rekenmachine en geen formuleblad.
- Elk antwoord dient duidelijk beargumenteerd te worden.
- Het getal $(\text{score}+3)/3$, afgerond op 1 decimaal, geeft het tentamencijfer.
- *LET OP: U mag 1 klokuur aan dit deeltentamen besteden (als u op tijd hieraan bent begonnen), na 1 uur dient u uw uitwerking in te leveren en mag u (indien u dat wenst) een ander deeltentamen maken. Hieraan mag u wederom een klokuur besteden. De uitwerkingen van de deeltentamens worden dus ingenomen om 19.30, 20.30 en 21.30 uur. Degenen die over een verklaring beschikken krijgen per deeltentamen 10 minuten extra.*
- Normering:

Opg. 1a	4	Opg. 2a	4	Opg. 3	5	Opg. 4a	3
Opg. 1b	2	Opg. 2b	3			Opg. 4b	4
		Opg. 2c	2				

1. Gegeven is de matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 13 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -2 \\ 2 & 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ en de vector $\underline{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \\ \beta \\ 0 \end{bmatrix}$

waarbij $\beta \in \mathbb{R}$.

- a. Ga na voor welke waarde(n) van β geldt $\underline{b} \in \text{COL}(A)$.
- b. Ga na voor welke waarde(n) van β geldt $\underline{b} \in \text{NUL}(A)$.

2. Gegeven zijn de matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ en vector $\underline{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$.

- a. Bepaal een *orthogonale* basis van $\text{COL}(A)$.
- b. Geef een basis van $\text{COL}(A)^\perp$, het orthogonale complement van $\text{COL}(A)$ in \mathbb{R}^4 .
- c. Bereken de component van \underline{b} in $\text{COL}(A)^\perp$.

3. Bereken, door toepassing van de kleinste-kwadratenmethode, γ_1 en γ_2 zodanig dat de grafiek van de functie $y = \gamma_1\sqrt{x} + \gamma_2 \cos(\pi x)$ zo goed mogelijk aansluit bij de punten $(1, 0)$, $(4, 2)$, $(9, 4)$ en $(16, 5)$ in het xy -vlak.

4. Bewijs of weerleg de volgende twee beweringen:

a. **Bewering 1:** De verzameling $H = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 \leq x_2 \leq x_3 \right\}$ is een lineaire deelruimte van \mathbb{R}^3 .

b. **Bewering 2:** Als $\underline{v} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ met $\alpha \in \mathbb{R}$, dan geldt voor elke α dat

$$\dim(\text{Nul}(\underline{v}\underline{v}^T)) = 2.$$

(N.B. in dit onderdeel wordt vector \underline{v} opgevat als een kolommatrix, dus $\underline{v}\underline{v}^T$ is het produkt van een kolommatrix en een rijmatrix)